485. *Kompaktum* ノ *Überdeckung* ノ問題

小松　醇郎（阪大）

Komplex ノ *Überdeckung* ハ K. *Reidemeister* ガ定義シタ（*Crelle Jour.* 1935）。之レヲ *Kompaktum* ノ場合ニ定義スル。

(1) *Kompaktum* R ノ *Überdeckungsfolge*.

$$\mathfrak{S}_1,\ \mathfrak{S}_2,\ \cdots\cdots,\ \mathfrak{S}_n,\ \cdots\cdots$$

及ビソノ *Nervenfolge*

$$N_1,\ N_2,\ \cdots\cdots,\ N_n,\ \cdots\cdots$$

ヲ P. *Alexandroff* ノ形式デ採ル。R ノ *dimension* n ナラバ N_i ノ *dimension* n.

先ヅ *discrete* ナ *abelsche gruppe* $\mathfrak{G}$ ヲ *Koordinatengruppe* ニトル。N_1 ノ *Überdeckung* $\mathfrak{U}_1$ ヲ *Inzidenzmatrizen* デ定メル。N_2 ノ *Überdeckung* ハ次ノ如ク一意ニ定メル。

N_2 ノ ${}_2\varepsilon_{ij}^{k}({}_2a_i^{k},\ {}_2a_j^{k-1})$ ガ $\varphi_1^2(N_2)\subset N_1$ ナル *Simpliziale Abbildung* デ ${}_1\varepsilon_{ij}^{m}({}_1a_i^{m},\ {}_1a_j^{n})$ ニ移ッタトスレバ

$${}_2\gamma_{ij}^{k} = {}_2\varepsilon_{ij}^{k}\ {}_1\varepsilon_{ij}^{m}\ {}_1\gamma_{ij}^{m},$$

茲ニ $\varepsilon=\pm 1$ 及ビ γ ハ $\mathfrak{G}$ ノ *Automorphismus* デアル。$a_i^m = a_j^n$ ナラバ ${}_1\varepsilon_{ij}^{m}\gamma_{ij}^{m}$ = *Identität der Auto-*

morphismengruppe von G トスル。

U_2 ガ定マレバ U_3 ハ同様ニ U_2 ノ Inzidenzmatrizen カラ定マル。之レハ又 U_1 ノ Inzidenzmatrizen カラ直接 $\varphi_1^3(N_3) \subset N_1$ ニ依ッテ作ルノト kongruent デアル。ソレハ

$$\varphi_1^3(N_3) \equiv \varphi_1^2 \varphi_2^3(N_3).$$

$$_3\varepsilon_{ij}^{l}({}_3a_i^{l}, {}_3a_j^{l-1}) \xrightarrow{\varphi_2^3} {}_2\varepsilon_{ij}^{k}({}_2a_i^{k}, {}_2a_j^{k'}) \xrightarrow{\varphi_1^2} {}_1\varepsilon_{ij}^{m}({}_1a_i^{n}, {}_1a_j^{n})$$

トスレバ一方デハ

$$_3\gamma_{ij}^{l} = {}_3\varepsilon_{ij}^{l} \; {}_1\varepsilon_{ij}^{m} \; {}_1\gamma_{ij}^{m}$$

他方デハ

$$_3\gamma_{ij}^{l} = {}_3\varepsilon_{ij}^{l} \; {}_2\varepsilon_{ij}^{k} \; {}_2\gamma_{ij}^{k} = {}_3\varepsilon_{ij}^{l} \; {}_2\varepsilon_{ij}^{k} \left({}_2\varepsilon_{ij}^{k} \; {}_1\varepsilon_{ij}^{m} \; {}_1\gamma_{ij}^{m} \right)$$

トナルカラ

以上ヨリ U_1 ヲ定メレバ Komplexenfolge

$U_1, U_2, \cdots\cdots, U_n, \cdots\cdots$

ガ一意ニ定マル。且ツ之レ等ニハ又 inverse Homomorphismenfolge ガ考ヘラレル。即チ N_i ノ Homomorphismus φ デ

$$\varphi_n^m({}_na_i^k) = {}_na_j^{k'}$$

トスレバ $x_m a_i^k \longrightarrow x_n a_j^{k'}$ ト對應サセル。$x \in G$.

simpliziale Abbildung ナルコトハ

(${}_m a_i^{k}$, ${}_m a_j^{k-1}$) Inzident ガアルトスレバ對應スル ${}_n a_i^{k'}$, ${}_n a_j^{k''}$ ハ Inzident (identische モ含メテ),

且ツ $${}_m\varepsilon_{ij}^{k}\;{}_m\gamma_{ij}^{k} = {}_n\varepsilon_{ij}^{k'}\;{}_n\gamma_{ij}^{k'}$$ ナル條件ヨリ

$x_m a_i^{k}$ ト ${}_m\varepsilon_{ij}^{k}\,{}_m\gamma_{ij}^{k}\,x$ ト Inzident ナラ

$x_n a_j^{k'}$ ト ${}_n\varepsilon_{ij}^{k'}\,{}_n\gamma_{ij}^{k'}\,x$ ト Inzident.

此ノ Komplexenfolge ガ定マル Limesraum ヲ Kompaktum R ノ Überdeckung $\mathfrak{U}$ ト定義スル。

R ト $\mathfrak{U}$ ト, dimension 一致スルコトハ Freudenthal ノ結果ヨリ明カ。即チ $\mathfrak{U}_i$ ハ n 次元デソノ Simpliziale Abbildung φ_n^m ハ "irreduzible" (Freudenthal, Proc. de l' Acad. Roy. d' Amsterdam 1935) デアルカラ。

N_i ノ Fundamentalgruppe $\mathfrak{F}_i$ トハレバ φ_n^m = ヨリ又 $\mathfrak{F}$ ノ間ノ Homomorphe Abbildung

$$\varphi_n^m(\mathfrak{F}_m) \subset \mathfrak{F}_n,$$

$$\mathfrak{F}_1 \leftarrow \mathfrak{F}_2 \leftarrow \mathfrak{F}_3 \leftarrow \cdots\cdots \leftarrow \mathfrak{F}_n \leftarrow \cdots\cdots$$

ヲ得ル。コノ Limesgruppe ガ R ノ Fundamentalgruppe $\mathfrak{F}$.

$\mathfrak{U}_i$ = Fundamentalgruppe $\mathfrak{F}_i$ ノ Darstellung ガ對應スル. $\mathfrak{G}$ ノ Automorphism γ ノ作ル Gruppe f_i ガ homomorph ニ對應スル、且ツ $f_n \leftarrow f_m$ ヲ併セテ

$$\begin{array}{ccc} \mathfrak{F}_n & \longleftarrow & \mathfrak{F}_m \\ \downarrow & & \downarrow \\ f_n & \longleftarrow & f_m \end{array}$$

ナル Schema デ $\mathfrak{F}_m \rightarrow f_n$ ナル Homomorphismus ハ何レノ道ヲトルモ äquivalent ニナル。

即チ $f_1 \leftarrow f_2 \leftarrow \cdots\cdots \leftarrow f_n \text{——} \cdots\cdots$

ガ作ル Limesgruppe f ハ $\mathfrak{F}$ ノ Homomorphes Bild デアル。

(Frendenthal: Hopfsche Gruppe, Compositio Bd. 2).

Homologiegruppe ハ $\mathfrak{U}_i$ ノソレヲ $\mathfrak{L}_i^r$ トスレバ

$$\mathfrak{L}_1^r \leftarrow \mathfrak{L}_2^r \leftarrow \cdots\cdots \leftarrow \mathfrak{L}_n^r \leftarrow \cdots\cdots$$

此ノ Limesgruppe $\mathfrak{L}$ デアルトスル。之レガ元ノ R ノ topologische Invariant ナルコトハ二ッノ Überdeckungsfolge

$$\mathfrak{S}_1, \mathfrak{S}_2, \cdots\cdots, \mathfrak{S}_n, \cdots\cdots$$

$$\mathfrak{S}_1', \mathfrak{S}_2', \cdots\cdots, \mathfrak{S}_n', \cdots\cdots$$

ニ對シ $\mathfrak{S}_1$ ト $\mathfrak{S}_1'$ トノ "Durchschnig überdeckung" ヲ $\mathfrak{S}_1''$ ニトリ以下之レヲ續ケテ第三ノ folge

$$\mathfrak{S}_1'', \mathfrak{S}_2'', (\cdots\cdots, \mathfrak{S}_n'', \cdots\cdots$$

之レガ又 R ヲ erzengen スル Nervenfolge

$$N_1'', N_2'', \cdots\cdots, N_n'', \cdots\cdots$$

ヲ與ヘル。從ッテ Überdeckung $\mathfrak{U}_i$ モ各 $\mathfrak{S}_i', \mathfrak{S}_i''$ ニツキ作レバ等シイ $\mathfrak{U}$ ヲ作ル。Homologiegruppe $\mathfrak{L}$ ハ $\mathfrak{U}$ ノ

Homologiegruppe デアルカラ両者デ等シ。

— 以上 —